TeX

4. Auf Übungsblatt 7 sind weitere Erwartungswerte zu berechnen. Wir fügen hier noch ein gerechnetes Beispiel an, nämlich den Erwartungswert einer $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$-Zufallsgrösse. Der Erwartungswert sollte definitionsgemäss $\mu$ sein. Die Dichte ist:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}.$$

NB: $\sqrt{2\pi}\,\sigma = \sqrt{2\pi\sigma^2}$

Damit steigen wir folgendermassen ein (ausführlicher Buch (5.10.6)):

$$\begin{aligned}
E[X] &= \int_{-\infty}^{\infty} x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-\mu)+\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-\mu)}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx \\
&\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-\mu)}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2} dx + \mu \\
&= 0 + \mu = \mu.
\end{aligned}$$

„0 addieren"

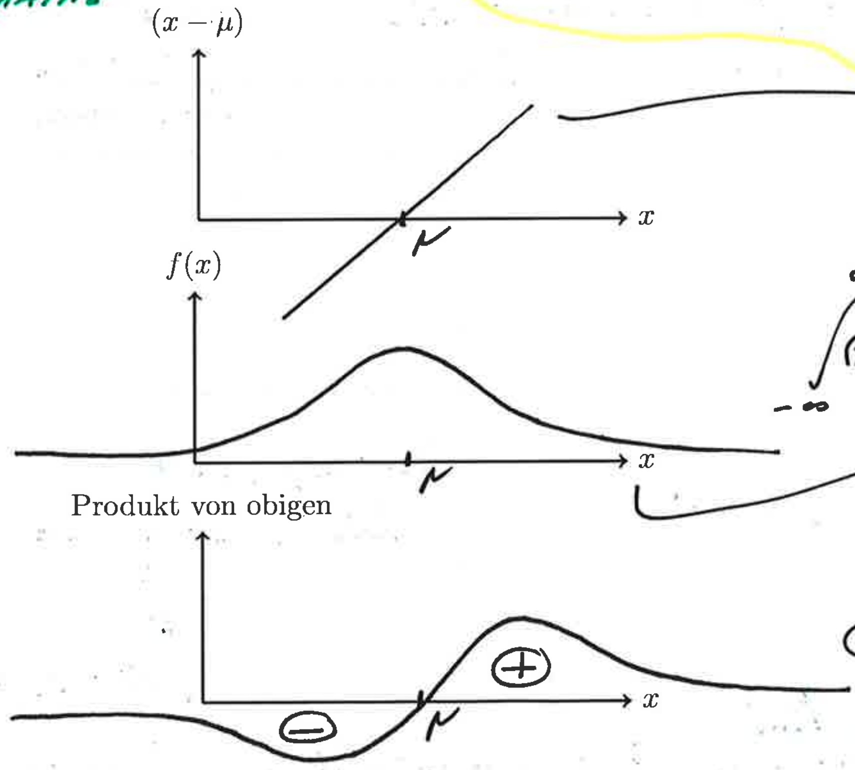
Summen getrennt integrieren

weil $\int_{-\infty}^{\infty} \mu \cdot f(x)dx = \mu \cdot 1$

(f ist Dichte, integriert auf 1 & μ konstant)

MATHE

Für das Verständnis, Typ




$\int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)\cdot f(x)dx = 0$

⊖ + ⊕ = 0, gleiche Fläche wegen Punktsymmetrie!