

Prüfungsfragen zur VlsG WTS HS 11; 7. Februar 2012; 22.5 Punkte = 4

Ein-Minuten-Aufgaben ohne Beweis; Antwort darf falls sinnvoll kurz "Ja" oder "Nein" sein

Aufgabe 1 [je 1 Punkt pro Teilaufgabe]

- X sei $\mathcal{N}(3, 4)$ -verteilt. Berechnen Sie $P[X \in [2, 4]]$ (Z-Transformierte muss da stehen).
- X sei $\mathcal{N}(3, 4)$ -verteilt. Geben Sie $P[X \in (2, 4)]$ und $P[X \in [2, 3]]$ an - Sie dürfen Resultate aus a) benutzen.
- Sei X eine $\text{Ge}(0.25)$ -Zufallsgrösse, Y eine $\text{exp}(8)$ -Zufallsgrösse, Z eine $\text{Bin}(4, 0.5)$ -Zufallsgrösse. Wie ist $E[X + Y + Z]$?
- Sei X eine $\text{Ge}(0.25)$ -Zufallsgrösse, Y eine $\text{exp}(8)$ -Zufallsgrösse, Z eine $\text{Bin}(4, 0.5)$ -Zufallsgrösse. Wie ist $V[X + Y + Z]$, wenn die 3 Zufallsgrössen unabhängig sind?
- In d) haben Sie eine bestimmte Rechenregel angewandt. Reicht hierzu bereits die paarweise Unabhängigkeit der 3 Zufallsgrössen?
- In einer statistischen Testsituation erhält man einen P-Wert von 3.7 %. Das α sei 5 %. Werden Sie jetzt \mathcal{H}_0 annehmen oder ablehnen?
- In einer statistischen Testsituation erhält man einen P-Wert von 3.7 %. Bei welchem α ist die Grenze, ab der man \mathcal{H}_0 annimmt oder verwirft (die Grenze selber (drin oder nicht drin) ist in dieser Aufgabe jetzt nicht so wichtig).

WT

Aufgabe 2 [1+2+2 Punkte]

Sei X eine $\mathcal{N}(2, 4)$ -Zufallsgrösse. Berechnen Sie

- $P[X \in [-1, 3]]$
- $P[X^2 \in [-1, 3]]$
- $P[\ln X \in [-1, 3]]$

Aufgabe 3 [1 Punkt pro Teilaufgabe]

X habe Dichte Kx^2 auf dem Intervall $[1, 2]$ und sei 0 sonst.

- Berechnen Sie das K .
- Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von X .
- Berechnen Sie die Dichtefunktion von X (nochmals mit Hilfe von b)).
- Berechnen Sie $P[X \leq 1.5]$.
- Berechnen Sie $E[X]$.
- Berechnen Sie den Median von X .
- Geben Sie die Dichte von $-X$ an.

Aufgabe 4 [2+1 Punkte]

$(X_i)_{i=1}^{1000}$ sei eine Folge von iid $\text{Ge}(p)$ -verteilten Zufallsgrössen mit $p = 0.1$. Berechnen Sie mit Hilfe des CLT die Wahrscheinlichkeit, dass $P[\sum_{i=1}^{1000} X_i \in [9990, 10300]]$. Welche Verteilung hat $\sum_{i=1}^{1000} X_i$?

Statistik

Aufgabe 5 [1+2+3 Punkte]

Wegen der Prüfungssituation ist folgende Aufgabe mit unrealistisch wenigen Datenpunkten gestellt. Direktor Kringel stellt in seiner Firma Willisauerringe her. Modellieren Sie den Durchmesser der Ringe mit einer Normalverteilung. Sie wollen ein paar Sachen untersuchen und nehmen zufällig 4 Exemplare heraus. Die Durchmesser in Zentimetern seien 4.06, 3.97, 4.01, 3.98.

- Berechnen Sie ein 95 % - Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Durchmesser, wenn σ unbekannt ist und aus den Daten geschätzt werden muss.
- Testen Sie bei unbekanntem σ auf dem 5 % - Niveau die beiden Hypothesen für den Mittelwert: $\mathcal{H}_0 : \mu = 4$ cm gegen $\mathcal{H}_1 : \mu \neq 4$ cm. Wie sieht der Test aus? Wie wird mit obigen Daten entschieden?
- Sie wollen jetzt auch noch die Variabilität testen. Testen Sie auf dem 5 % - Niveau, ob $\mathcal{H}_0 : \sigma^2 \leq 0.0015 \text{ cm}^2$ gegen $\mathcal{H}_1 : \sigma^2 > 0.0015 \text{ cm}^2$.

Aufgabe 6 [1+2+1+1+1 Punkte]

Eine Zufallsgrösse X ist unter \mathcal{H}_0 $U[0, 1]$ -verteilt. Unter \mathcal{H}_1 ist die Verteilung derart, dass die Dichtefunktion von der Art $K_1 x$ auf dem Intervall $[0, 2]$ ist. Ausserhalb von $[0, 2]$ ist die Dichtefunktion 0 (Vorsicht: die Dichtefunktionen sind nicht auf dem gleichen Intervall ungleich 0).

- Berechnen Sie K_1 .
- Wie sieht der NP-Test mit $n = 1$ und $\alpha = 0.05$ aus?
- Berechnen Sie auch das β .
- Wenn x_1 danach gleich 0.75 ist, werden Sie \mathcal{H}_0 annehmen oder ablehnen?
- Wie gross ist bei einem $x_1 = 0.75$ der P-Wert?

Aufgabe 7 [2 Punkte]

Die Lehrmeinung besagt, dass das radioaktive Jod eine Halbwertszeit von 8.05 Tagen hat. Sie glauben gemerkt zu haben, dass die Halbwertszeit eigentlich grösser ist. Sie schauen jetzt solch ein Jod-Isotop an und messen die Zeit, bis es zerfällt. Falls es mindestens 10 Tage dauert, verwerfen Sie die bis jetzt gültige Hypothese. Was für ein α (Wahrscheinlichkeit für Fehler 1. Art) benutzen Sie dabei?