

## Prüfungsfragen zur VlsG WTS HS 13; 4. Februar 2014; 13 Punkte = 4

---

**Ein-Minuten-Aufgaben ohne Beweis; Antwort darf falls sinnvoll kurz "Ja" oder "Nein" sein**

**Aufgabe 1** [je 1 Punkt pro Teilaufgabe]

- $X$  sei  $\mathcal{N}(2, 16)$ -verteilt. Berechnen Sie  $P[X \in [2, 10]]$  (Z-Transformierte muss dastehen).
- $X$  habe Dichtefunktion  $f(x) = K|\cos(x)1_{[-2,2]}(x)|$  mit einer Normierungskonstanten  $K$ . Geben Sie den Erwartungswert dieser Zufallsgrösse an.
- Was ist bei einer Exponentialverteilung grösser: der Median oder der Erwartungswert?
- Gilt das Resultat aus d) für alle Verteilungen? Falls ja: beweisen Sie es, falls nein: finden Sie ein (einfaches) Gegenbeispiel.

**WT**

**Aufgabe 2** [2 Punkte]

Sei  $X$  eine  $\mathcal{N}(2, 4)$ -Zufallsgrösse. Berechnen Sie

$$P[\exp(X^2) \geq 2]$$

**Aufgabe 3** [1 Punkt pro Teilaufgabe]

$X$  nehme folgende Werte mit folgenden Wahrscheinlichkeiten an:  $P[X = -2] = 0.5, P[X = 1] = 0.25, P[X = 3] = 0.25$ .

- Berechnen Sie  $E[X]$ .
- Geben Sie die Verteilungsfunktion von  $X$  an und machen Sie dazu eine Skizze.
- Geben Sie  $P[X \leq 1.5]$  an.
- Berechnen Sie  $V[X]$ .
- Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von  $-X^2$  an.
- Berechnen Sie  $E[X^2 + \sqrt{X + 2}]$ .

**Aufgabe 4** [3 Punkte]

Auf einer Expedition geht ein kleines Ersatzteil UX im Durchschnitt alle 48 Stunden kaputt. Sie nehmen nun total 50 solche UX mit. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die UX total mindestens 105 Tage halten? Modellieren Sie die Lebensdauer von UX mit einer exponentiellen Verteilung und benutzen Sie den CLT.

## Statistik

### Aufgabe 5 [2 Punkte]

Testen Sie auf dem Niveau  $\alpha = 10\%$ , ob die Varianzen von zwei Stichproben gleich sind oder nicht. Dazu haben Sie von der einen Stichprobe der Grösse 11 den Wert  $\sum_{i=1}^{11} (x_i - \bar{x})^2 = 1.77$  und von der anderen Stichprobe der Grösse 9 den Wert  $\sum_{i=1}^9 (y_i - \bar{y})^2 = 2.23$ .

### Aufgabe 6 [4 Punkte]

Die Anzahl Zerfälle pro Gramm und Minute bei radioaktiven Substanzen ist  $\text{Poisson}(\lambda)$ -verteilt, wobei  $\lambda$  vom Isotop abhängt. Es soll festgestellt werden, ob es sich bei einer unbekanntem radioaktiven Substanz um den Stoff A mit  $\lambda_1 = 0.5$  Zerfällen pro Gramm und Minute oder um den Stoff B mit  $\lambda_2 = 0.25$  Zerfällen pro Gramm und Minute handelt. Ein Geigerzähler registriert bei einer Stoffmasse von 2 Gramm in 10 Minuten  $X = 5$  Zerfälle. Testen Sie nun auf dem  $\alpha = 5\%$ -Niveau mit Hilfe des Neyman-Pearson-Tests (diskret). Wir wollen die Herleitung der Teststatistik genau sehen, mit Randomisierung. Sie brauchen die Verteilungsfunktion einer  $\text{Poisson}(10)$ -Zufallsgrösse; die relevanten Werte für diese Aufgabe sind (R-Befehle):  $\text{ppois}(4, 10) = 0.02925269$ ;  $\text{ppois}(5, 10) = 0.06708596$ . Tipp: formulieren Sie die Hypothesen mit den Anzahl Zerfällen mit 2 Gramm und innert 10 Minuten! Für  $\mathcal{H}_0$  wählen Sie die grössere Zerfallsrate!

### Aufgabe 7 [2 Punkte]

Sie produzieren Zündhölzer, welche möglichst 3 cm lang sein sollten. Sie haben jetzt 5 Zündhölzer herausgenommen; die Längen sind 2.98, 2.97, 3.01, 3.02, 2.96 cm. Testen Sie zweiseitig auf dem 5 %-Niveau, ob der Durchschnitt der Gesamtmenge 3 cm ist oder nicht.