

Übungsblatt 7 zur Vorlesung

”Statistische Methoden”

Testtheorie: Was wir durch Invarianz gewonnen haben: t -, F - und χ^2 -Test ($V[X] = \sigma_0^2$?)

Herausgabe des Übungsblattes: Woche 16, Abgabe der Lösungen: Woche 17 (bis Freitag, 1615 Uhr), Besprechung: Woche 18

In der Vorlesung haben wir in 4.4 die Invarianz auf zweiseitige Testprobleme angewandt. Die Teststatistiken können aber auch für einseitige Tests benutzt werden und nachfolgende Aufgaben sind denn auch zum Teil so zu lösen.

Must

Aufgabe 28

X habe eine $F_{4,n}$ -Verteilung. Leider kennen Sie das n nicht. Sie wissen aber, dass $P[X \geq 3.06] = 0.05$. Finden Sie n .

Aufgabe 29

X habe eine $F_{m,n}$ -Verteilung. Sie möchten a finden, sodass $P[X \leq a] = 0.05$. Leider haben Sie nur eine F -Tabelle dabei, wo die kritischen Werte für $P[X \leq a] = 0.95$ eingetragen sind. Wie können Sie Ihr Problem trotzdem lösen? Tip: Schauen Sie, wie die F -Verteilung definiert ist.

Standard

Aufgabe 30 [Ist die Varianz $< \sigma_0^2$?] [4 Punkte]

Generieren Sie in R fünf mal je eine Stichprobe vom Umfang 50 aus einer Normalverteilung (Erwartungswert ist Ihre PN (= **P**ersonal **N**umber)). Als Varianz wählen Sie 1.1, vergessen aber sofort wieder, dass die Varianz 1.1 ist. Testen Sie jetzt in allen fünf Fällen auf dem 10 % - Niveau, ob die Varianz ≤ 1 ist ($\mathcal{H}_0 : \sigma^2 \leq 1$). Bei den meisten StudentInnen wird man nicht bei allen fünf Stichproben zum selben Schluss gelangen. Vorsicht: durch was teilt der Befehl "var" in R, wie gibt man in R die Varianz bei der Normalverteilung ein?

Aufgabe 31 [Erwartungswert gleich μ_0 bei unbekannter Varianz?] [4 Punkte]

a) Generieren Sie in R eine Stichprobe x_1, \dots, x_{100} aus einer Normalverteilung mit Erwartungswert PN. Als Varianz wählen Sie 35, vergessen aber sofort wieder, dass die Varianz 35 ist. Testen Sie jetzt auf dem 10 % - Niveau, ob der Erwartungswert dieser Stichprobe gleich $(PN - 1)$ ist ($\mathcal{H}_0 : \mu = PN - 1, \mathcal{H}_1 : \mu \neq PN - 1$). Kontrollieren Sie "von Hand", ob die eingebaute Funktion in R genau das macht, was wir in der Vorlesung hergeleitet haben.

b) Generieren Sie in R eine Stichprobe x_1, \dots, x_{100} aus einer Normalverteilung mit Erwartungswert PN. Als Varianz wählen Sie 0.25, vergessen aber sofort wieder, dass die Varianz 0.25 ist. Testen Sie jetzt auf dem 10 % - Niveau, ob der Erwartungswert dieser Stichprobe gleich $(PN - 1)$ ist ($\mathcal{H}_0 : \mu = PN - 1, \mathcal{H}_1 : \mu \neq PN - 1$).

Aufgabe 32 [Sind die Varianzen von 2 unabhängigen Stichproben gleich?] [4 Punkte]

Generieren Sie in R eine Stichprobe x_1, \dots, x_{200} aus einer Normalverteilung (Erwartungswert Ihre PN). Als Varianz wählen Sie 1, vergessen aber sofort wieder, dass die Varianz 1 ist. Generieren Sie danach in R 3 Stichproben vom Umfang 100, 1'000 und 10'000 aus einer Normalverteilung (Erwartungswert Ihre PN). Als Varianz wählen Sie jetzt 1.1, vergessen aber sofort wieder, dass die Varianz 1.1 ist. Testen Sie jetzt in allen drei Fällen auf dem 10 % - Niveau, ob die Varianzen der 100, 1'000 und 10'000-er Stichprobe gleich der Varianz in der 200-er Stichprobe ist (\mathcal{H}_0 : Varianz gleich; \mathcal{H}_1 : Varianz verschieden). Kontrollieren Sie in einem der drei Fälle auch "von Hand", ob die eingebaute Funktion in R genau das macht, was wir in der Vorlesung hergeleitet haben.