

Übungsblatt 11 zur Vorlesung

”Einführung in die Statistik”

Testen

Herausgabe des Übungsblattes: Woche 48, Abgabe der Lösungen: bis Freitag, 5. Dezember, 16.15 Uhr,
Besprechung: Woche 50

Must

Aufgabe 75 [NP-Lemma im diskreten Fall]

Herr Meier besucht einen Banker an der Bahnhofstrasse in Zürich. Herr Meier sagt, dass er eine Software entwickelt hat, mit der er in 60 % der Fälle korrekt voraussagen kann, ob der CHF / \$-Kurs morgen höher oder tiefer liegt als heute (gleichen Kurs schliessen wir aus). Der Banker will Herrn Meier während 10 Handelstagen testen. Für den Banker kann man gerade so gut eine Münze werfen, um zu prognostizieren, ob der Kurs morgen höher oder tiefer liegt. Der Banker versteht was von Statistik und wird auf dem 5 % - Niveau einen Test durchführen.

- a) Wie wird dieser Test voraussichtlich aussehen? Sie werden die Befehle `pbinom(7,10,0.5)` und `pbinom(8,10,0.5)` brauchen. Tipp: Gleichung (6.2).
- b) Herr Meier hat noch einen Bruder. Der sagt in genau 20 % der Fälle korrekt voraus, ob der Kurs sinkt oder steigt. Angenommen er kann das wirklich. Wie kann der Banker den Bruder geschickt einsetzen? Die Lösung dieses Problems ist nicht nur eine mathematische Spielerei, sondern ein praktisches statistisches Prinzip.

Standard

Aufgabe 76 [NP-Lemma im stetigen Fall] [5 Punkte]

Ein Hersteller von Glühbirnen behauptet, die von ihnen produzierten Glühbirnen hätten eine durchschnittliche Lebensdauer von 1200 Stunden. Eine Konsumentenschutzorganisation bezweifelt dies. Bevor sie an die Öffentlichkeit geht, will sie aber mit dem Hersteller zusammen eine zufällige Stichprobe vom Umfang 3000 ausgiebig testen (brennen lassen bis kaputt). Man einigt sich darauf, davon auszugehen, dass die Glühbirnen unabhängig voneinander brennen und die Lebensdauer exponentialverteilt modelliert werden kann.

- a) Entwickeln Sie mit Hilfe des Lemmas von Neyman-Pearson einen Test, indem Sie vorerst davon ausgehen, dass $\lambda_0 = 1/1200$ und $\lambda_1 = 1/1000$ (Sie werden sehen, dass Sie λ_1 nie wirklich brauchen). Nehmen Sie $\alpha = 0.05$ und berechnen Sie das K , genauer das K' .
Tipps: Beispiel 1 aus 6.2.2, 4.3.3 und `qgamma(0.05,3000,0.00083333)`.
- b) In der darauffolgenden Untersuchung erhielt man eine durchschnittliche Brenndauer von 1167.5 Stunden. Was raten Sie als statistischer Consultant der Konsumentenschutzorganisation?

Aufgabe 77 [Ist die Varianz gleich σ_0^2 oder grösser?] [2 Punkte]

Generieren Sie in R fünf mal je eine Stichprobe vom Umfang 50 aus einer Normalverteilung (Erwartungswert egal). Als Varianz wählen Sie 1.1, vergessen aber sofort wieder, dass die Varianz 1.1 ist. Testen Sie jetzt in allen fünf Fällen einseitig gegen oben auf dem 10 % - Niveau, ob die Varianz 1 ist ($\mathcal{H}_0 : \sigma^2 = 1, \mathcal{H}_1 : \sigma^2 > 1$). Bei den meisten StudentInnen wird man nicht bei allen fünf Stichproben zum selben Schluss gelangen. Vorsicht: durch was teilt der Befehl "var" in R, wie gibt man in R die Varianz bei der Normalverteilung ein?

Aufgabe 78 [Sind die Varianzen von 2 unabhängigen Stichproben gleich?] [2 Punkte]

Generieren Sie in R eine Stichprobe x_1, \dots, x_{70} aus einer Normalverteilung (Erwartungswert egal). Als Varianz wählen Sie 1, vergessen aber sofort wieder, dass die Varianz 1 ist. Generieren Sie danach in R 3 Stichproben vom Umfang 10, 100 und 1'000 aus einer Normalverteilung (Erwartungswert egal). Als Varianz wählen Sie jetzt 1.1, vergessen aber sofort wieder, dass die Varianz 1.1 ist. Testen Sie jetzt in allen drei Fällen auf dem 10 % - Niveau, ob die Varianzen der 10, 100 und 1'000-er Stichprobe gleich der Varianz in der 70-er Stichprobe ist (\mathcal{H}_0 : Varianz gleich; \mathcal{H}_1 : Varianz verschieden). Eventuell werden nicht alle StudentInnen bei allen drei Stichproben zum selben Schluss gelangen.

Aufgabe 79 [Erwartungswert gleich μ_0 bei unbekannter Varianz?] [2 Punkte]

Generieren Sie in R eine Stichprobe x_1, \dots, x_{30} aus einer Normalverteilung mit Erwartungswert 12. Als Varianz wählen Sie 30, vergessen aber sofort wieder, dass die Varianz 30 ist. Testen Sie jetzt auf dem 5 % - Niveau, ob der Erwartungswert dieser Stichprobe gleich 11 ist ($\mathcal{H}_0 : \mu = 11, \mathcal{H}_1 : \mu \neq 11$).