

A57) $Y := |X|$ ist ZG & $Y \geq 0 \forall \omega \in \Omega$

• $\exists X_n$ — einfache ZG
 • $\exists X_n$ monoton wachsend: $X_n(\omega) \uparrow Y(\omega) \forall \omega \in \Omega$
 (Lemma 2.13)

• $A := \{\omega \mid Y(\omega) = 0\}$; $P[A] = 1$

• $A^c := \{\omega \mid Y(\omega) > 0\}$; $P[A^c] = 0$.

• \mathbb{Q} (siehe Beweis Lemma 2.13): $X_n(\omega) = 0 \forall \omega \in A$

• $E[Y] = \lim_{n \rightarrow \infty} E[X_n] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 0 \cdot 1 + \sum_{j=1}^{m(n)} a_j \cdot 0 \right\}$

Def. 4.3.

= 0

X_n einfach & Def. 4.1.

A58) $0 < p < q < 1 \Rightarrow |x|^q + 1 \geq |x|^p \Rightarrow$

$$E[|X|^q] + 1 \geq E[|X|^p]$$

$$\Rightarrow (X \in L^q \Rightarrow X \in L^p)$$

$$\Rightarrow L^q \subseteq L^p$$